



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN MUREȘ



MINISTERUL EDUCAȚIEI

CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „PETRU MAIOR”
Colegiul „Petru Maior” Reghin
EDIȚIA a II-a, 9.04.2022
Clasa a X-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Pentru fiecare problemă se acordă maxim 7 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Problema 1:

Calculați:

$$\ln(\operatorname{ctg} 1^\circ) + \ln(\operatorname{ctg} 2^\circ) + \dots + \ln(\operatorname{ctg} 89^\circ).$$

Problema 2:

Se consideră familia de funcții

$$f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_1(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, f_n(x) = (f_{n-1} \circ f_1)(x), \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

- a) Rezolvați în intervalul $(0, \infty)$ ecuația $f_1(x) + f_1\left(\frac{1}{x}\right) = \sqrt{2}$;
- b) Rezolvați în intervalul $[0, 2\pi]$ ecuația $2f_1(\operatorname{tg} x) = \sqrt{3}$;
- c) Aflați funcția f_n .

Problema 3:

Rezolvați ecuația
$$\sqrt{\log_2 \sqrt[4]{2x} + \log_x \sqrt[4]{2x}} + \sqrt{\log_2 \sqrt[4]{\frac{x}{2}} + \log_x \sqrt[4]{\frac{2}{x}}} = 2$$

Problema 4:

Determinați numerele complexe $z_1 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}, z_1 \neq 0$ și $z_2 = \frac{1-\overline{z_1}}{1+z_1}$ știind că

$z_1 - z_2$ și z_2^2 sunt numere reale.